Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара

ФАКУЛЬТЕТ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

КАФЕДРА КОМП’ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

ЗВІТ  
З ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ №3

За дисципліною «Моделювання природничих процесів»

Виконала   
студентка групи ПА-20-1з  
Мовсісян Лаура Ростомівна

Дніпро  
2024

1. Мета роботи:

Ознайомитись з побудовою математичних моделей хижак і жертва (моделі Віто Вольтера)

2. Варіант завдання - №3





Нехай на деякій замкнутій території мешкають два види: вегетаріанці-жертви, які харчуються пашею, наявними в надлишку, і хижаки що полюють на жертв. Як пари хижак-жертва можуть виступати вовки і вівці, щукі і карасі, рисі і зайці...

Якби не було хижаків, то жертви розмножувалися б безмежно, і їх чисельність описувалася б рівнянням Мальтуса

Изображение выглядит как Шрифт, белый, типография

Автоматически созданное описание

Для цього необхідно виконати наступні пункти:

1). Знайти всі точки спокою системи і встановити їх тип.

2). Зобразити фазовий портрет системи.

3). Знайти чисельне розв'язок задачі Коші для рівнянь (3)-(4) та побудувати графіки залежності x і y від t

Розв'язок цього рівняння має вигляд х = хе, де а > 0 - коефіцієнт at приросту, х їх чисельність в даний момент часу, хо чисельність популяції в початковий момент часу. Якби не було жертв, то хижаки через брак їжі поступово вимирали б:

Изображение выглядит как Шрифт, текст, белый, типография

Автоматически созданное описание

де у>0 - коефіцієнт втрати хижаків, у їх чисельність в даний момент часу, У.- чисельність популяції в початковий момент часу.

Зростанню чисельності жертв, проте, перешкоджають їх зустрічі з хижаками, частота яких пропорційна як числу жертв, так і числа хижаків ху. Тоді швидкість зміни чисельності жертв описується рівнянням

Изображение выглядит как Шрифт, белый, линия, типография

Автоматически созданное описание

де В > 0 - коефіцієнт втрати жертв при зустрічі з хижаками. Аналогічно, зустріч хижака з жертвою збільшує ймовірність виживання хижака, тобто сприяє приросту популяції хижаків

Изображение выглядит как Шрифт, белый, типография, каллиграфия

Автоматически созданное описание

де б > 0 - коефіцієнт, що залежить від того, як часто зустріч хижака з жертвою закінчується трапезою.

Таким чином, модель Вольтерра задається системою рівнянь (3)-(4).

Обчислимо отримані рівняння

Изображение выглядит как текст, Шрифт, белый, линия

Автоматически созданное описание

Отримаємо 2 точки спокою:

Для точки №1 маємо наступні координати (0;0)- особлива точка типу фокус.

Для точки №2 маємо наступні координати (0.5;2) - особлива точка типу фокус.

Зобразимо фазовий портрет системи

Изображение выглядит как зарисовка, линия

Автоматически созданное описание

5. Графіки залежності x і y від t

Изображение выглядит как График, линия, текст, диаграмма

Автоматически созданное описание

6. Висновки.

Під час виконання лабораторної роботи ми ознайомились з побудовою математичних моделейхижак-жертва, відомих як моделі Лотки та Вольтера.

Рівня́ння Ло́тки — Вольте́рри або рівня́ння хижа́к — же́ртва — система двох звичайних диференціальних рівнянь першого порядку, яка описує інетику чисельності популяції з одним типом хижаків і одним типом жертв. Характерною особливістю рівннянь є те, що їхнім розв'язком є автоколивання. Рівняння запропонували незалежно Альфред Джеймс Лотка та Віто Вольтерра, в 1925 та 1926 роках, відповідно.

Ми склали систему рівнянь і знайшли стаціонарні точки. Встановили їх тип. Після чого за допомогою відповідного програмного забезпечення зобразили фазовий портрет. Використовуючи отримані результати, ми змогли візуалізувати зміну чисельності населення жертв і хижаків у часі відповідно до обох моделей.

Отже, ця лабораторна робота дозволила нам краще зрозуміти та порівняти зміни чисельності населення жертв і хижаків у часі.